La gestuelle mathématique : réorganiser pratiques et savoirs

Savoir - Pouvoir - Agir, Congrès de la Société Suisse de Philosophie.

Romain PETER

L'idéalisation des mathématiques comme savoir achevé

Depuis les origines des sciences, les mathématiques semblent jouir d'un statut privilégié. À partir du moment où les Grecs hissèrent les techniques de comptabilité et d'arpentage qu'ils héritent des Babyloniens et des Égyptiens au rang de savoir universel et abstrait (passage de la *logistika* à l'*arithmetica*), les mathématiques ont pu apparaître comme la « reine des sciences » : sûre, valable pour tous, reposant sur des principes évidents et des opérations logiques irrésistibles, elles fascinent Platon qui en fait une propédeutique à la philosophie (« Que nul n'entre ici s'il n'est géomètre », pouvait-on lire sur le fronton de l'Académie). La forme axiomatisée qu'Euclide donnera au savoir mathématique Grec restera pour longtemps un modèle de rigueur et de certitude pour toute entreprise intellectuelle, et l'un des livres les plus imprimés après la Bible.

Si les mathématiques fascinent tant, c'est parce qu'elles semblent déployer deux caractéristiques dont les autres sciences pourraient à bon droit être jalouses.

Tout d'abord, une certaine forme de *précocité*. La mathématique grecque reste l'emblème scientifique du « miracle grec ». Pour ne prendre qu'un exemple fameux, ce sont les mathématiques que Valéry choisira comme l'une des trois influences décisives qui définissent l'esprit européen[1], non la physique (domaine pourtant très actif de la réflexion des Grecs, dont la forme aristotélicienne dominera l'Occident jusqu'à la période classique), parce qu'elles surgissent — leur légende n'a fait qu'exagérer cette entrée fracassante — comme une cassure dans les savoirs : rien de ce qu'on faisait auparavant avec des nombres ne ressemble à la géométrie grecque, à son abstraction, à sa puissance d'unification, à la prise qu'elle offre par sa généralité sur une infinité de cas virtuels[2]. La politique de Périclès, la philosophie de Platon, ne peuvent se targuer, comme les mathématiques qui leur sont contemporaines, d'avoir fait à ce point de leur coup d'essai un coup de maître indiscuté. On relit Platon, on étudie la politique grecque, mais on *fait* des mathématiques comme les Grecs — différence colossale. On a bien sûr ajouté à cette mathématique, mais on a peu retranché.

C'est cette progression cumulative et presque sans ratures qui constitue la deuxième cause de légitime jalousie de la part des autres sciences. Les mathématiques semblent être miraculeusement épargnées par les douloureuses expériences de théories avortées, de paradigmes déchus, d'explications destituées et de certitudes liquidées. C'est que les mathématiques des Grecs demeurent, aujourd'hui encore, valable dans leur domaine de référence. Euclide a peut-être été enrichi par les géométries non-euclidiennes de Lobatchevski, Bolyai et Riemann, mais il règne encore dans le cadre de référence qui porte son nom. La physique d'Aristote, malgré sa considérable longévité, a fini par être remplacée. Il semble que dans toutes les sciences, excepté en mathématiques, il faille en passer par des moments de crises, de ruptures, de tâtonnements et d'amendements, qui rendent les connaissances précaires et toujours révisables en droit — tandis que de leur côté, les mathématiques semblent se développer sûrement, de façon cumulative, en étendant toujours plus loin les tentacules de la raison démonstrative à partir de vérités premières.

---

1 Paul Valéry, « Mais qui donc est européen ? », *Essais quasi politiques, Variété*, Paris : Gallimard, coll. « Bibliothèque de la Pléiade », Tome I, 1957.

2 Sur la dimension politique des mathématiques grecques comme domination d'une infinité de cas et retournement de rapports de force (politiques) défavorables, voir les analyses de Michel Serres dans « Gnomon : les débuts de la géométrie en Grèce », *in* Michel Serres (dir.), *Éléments d'histoire des sciences,* Paris, Bordas (1989), p. 63-100

Si cette image constitue une généreuse idéalisation des mathématiques, il convient de comprendre pour quelles raisons celle-ci a pu se constituer, et surtout, faire l'objet d'un assentiment quasi-universel, jusqu'au XXe siècle. On peut rapidement en relever deux causes majeures.

Premièrement, les mathématiques ont pris, depuis les *Éléments* d'Euclide, une forme axiomatisée qui donne leurs raisonnements comme aboutissant à des certitudes à partir d'axiomes sûrs. Les mathématiques se présentent — ne serait-ce que visuellement, graphiquement et littérairement — comme fondées, appuyées sur les vérités premières et des opérations logiques qui les garantissent. La quête des fondements des mathématiques qui a agité le début du XX^e^ siècle n'a fait qu'accentuer cette centralité du fondement, en cherchant à appuyer les vérités premières des mathématiciens sur les bases sûres des logiciens. Ces fondements pouvaient bien n'être que désirés, chimériques, ils n'en ont pas moins pénétré profondément l'imaginaire mathématique et philosophique. Que les mathématiques puissent être encore mieux fondées impliquait forcément qu'elles l'étaient déjà, quoique de façon suboptimale, imparfaite, ce qui leur donnait déjà un avantage certain sur les autres sciences, pour ne rien dire de la philosophie.

Deuxièmement, on peut observer que la transmission des connaissances mathématiques passe presque toujours par un processus « déshistorisant » . Les découvertes commencent par être situées : elles sont l'œuvre d'un auteur, le produit d'une époque, un élément de débats. Mais leur intégration au savoir commun des mathématiciens implique ensuite qu'elles soient dépouillées de ces « signes des temps » pour devenir des éléments de connaissances neutralisés, digérés, propres à une transmission universelle. Le cas paradigmatique de cette neutralisation est sans aucun doute constitué par les *Éléments de mathématique* du groupe Bourbaki, qui montre en même temps que cette neutralisation peut impliquer un remaniement, une reformalisation (ici en termes de *structure*). Ainsi, ce qui se présentait autrefois dans le désordre de manuscrits, d'éditions anciennes, de diagrammes, de lettres et de brouillons peut, après eupepsie, atteindre les étudiants des générations ultérieures sous l'apparence lisse du cours d'Université rédigé en LaTex.

Mathématique idéale contre pratique mathématique

Ces éléments sont loin d'être anecdotiques. Nous allons tâcher de montrer qu'ils contribuent directement à l'occultation du geste mathématique au profit du seul résultat. Ce faisant, nous ne souhaitons pas accabler abusivement les savoirs digérés des professeurs de mathématiques : cette neutralisation des savoirs, ce gommage de l'histoire existent pour d'impérieuses raisons d'ingénierie pédagogique, et l'on voit mal comment un étudiant pourrait assimiler efficacement les mathématiques jusqu'au niveau agrégatif sans s'épargner les aspérités de l'histoire des mathématiques — que des cours dédiés viennent réinjecter à dose modérée dans le cursus, sous la forme d'une sorte de « culture générale ». Mais la disproportion considérable qui se maintient, dans les cursus, entre savoirs neutralisés et savoirs situés contribue à entretenir l'illusion que la « vraie » mathématique, la « bonne », est la mathématique dans son devenir-universel, dans sa stabilisation sous l'espèce du formulaire. Tout élément historiquement situé apparaît alors comme une préhistoire du savoir, sa forme archaïque dont on peut se passer dès lors qu'on maîtrise le contenu de cours. Il est vrai, la transmission des contenus mathématiques n'a pas comme condition nécessaire la connaissance de leur histoire, *a fortiori* lorsque les étudiants se destinent à l'application plutôt qu'à la recherche.

C'est d'ailleurs une caractéristique de la « pratique des théoriciens » des sciences — selon l'expression de Bruno Latour[3] — que de passer leur travail à la brosse à récurer de la logique pour en éliminer toutes les traces de tâtonnements, toutes les marques de l'artisan, et ne conserver que les preuves. Le travail scientifique n'est jamais aussi scientifique que lorsqu'il s'efface derrière l'apparence lisse du résultat. Les éléments locaux et contingents sans lesquels, pourtant, les découvertes n'auraient pas pu avoir lieu, sont priés de se faire discrets pour ne pas porter atteinte à la teneur purement logique de l'ouvrage. Cette habitude érigée en pratique d'écriture et d'édition contribue, elle aussi, à dissimuler derrière le

[3] « Sur la pratique des théoriciens », Jean-Marie Barbier éd., *Savoirs théoriques et savoirs d'action. Paris :* Presses Universitaires de France, 2011, pp. 131-146.

résultat final ce qui a permis son émergence — en un mot, il nous cache les mathématiques en train de se faire.

Le caractère récent de ces débats pourrait presque faire oublier à quel point la dispute est ancienne, en mathématiques, entre les partisans de la preuve et ceux de la méthode de découverte. Descartes, au XVII^e^ siècle, se faisait déjà apôtre et défenseur de l'*analyse* (qui enseigne à découvrir) contre la *synthèse* (qui donne le résultat sans montrer comment l'obtenir). L'ombrageux Newton, un siècle plus tard, acceptait de donner à Leibniz ses résultats, mais gardait par-devers lui sa méthode, afin de conserver la main haute. Aux XIX^e^ et XX^e^ siècles, les débats entre intuitionnistes, logicistes et formalistes replaçaient sur le devant de la scène le combat entre l'intuition du découvreur et l'ordre logique ou formel qui lui succède. Ces différents débats peuvent être considérés en partie comme étant différents avatars d'une dichotomie plus profonde entre *pratique* et *résultat* — dont les *Éléments* bourbakistes seront une réactivation supplémentaire. Tout le drame consistant en ce que le résultat n'est pas seulement l'aboutissement de la pratique, mais aussi sa dénégation, son occultation.

Depuis les années soixante-dix, cet affrontement se joue sur deux nouveaux théâtres. Tout d'abord dans le champ de l'histoire des mathématiques qui, s'adonnant à l'étude de l'émergence contingente des savoirs mathématiques, est vouée à incarner la mauvaise conscience des mathématiques idéales. En rappelant à quel point ce qui semble aujourd'hui définitif fut une fois loin de l'être, en montrant des savoirs immortels encore à l'atelier, l'histoire des mathématiques fait office de portrait de Dorian Gray des mathématiques en manuels, obligeant à envisager une paradoxale invention de vérités devenues éternelles.

Dans le même esprit, et plus jeune encore, la philosophie de la pratique mathématique entreprend de reconnecter les questions de philosophie posées par les mathématiques avec l'activité concrète (quoique fort abstraite) des mathématiciens, tâchant de retrouver des styles, des outils, des époques, exhumant là aussi un pluralisme objectal et méthodologique que tolèrent mal les cours en LaTex.

Dans les deux cas, la tâche semble paradoxale : elle consiste à remonter le courant de la neutralisation des savoirs pour retrouver leur origine perdue, leur moment d'émergence, leur confection en atelier. C'est dans ce contexte que le mathématicien et philosophe Gilles Châtelet introduit le concept de « geste » mathématique.

La gestuelle mathématique

C'est en effet dans le cadre de cette occultation du commencement et des pratiques que Châtelet, dans *Les enjeux du mobile. Mathématique, physique, philosophie*, cherche à promouvoir le concept de geste. Cherchant à repenser à nouveaux frais la connexion entre mathématiques et physique, au-delà de la proverbiale « déraisonnable efficacité »[4], il constate qu' « il y a bien de quoi agacer les entendements les plus patients : le triomphe de l'opération s'accompagne toujours d'une espèce de mystification, la « main » semble se faire de plus en plus invisible et l' « application » oublier très vite les gestes qu'elle mobilise »(p.22). Ce qui apparaît dans ses dénonciations est une sorte de pruderie théorique qui chercherait à dissimuler sa partie honteuse, le geste conquérant.

> «Un mathématicien d'une telle trempe sait bien que la science s'appuie sur deux béquilles :
> — La béquille officielle du texte littéral, qui donne le procès verbal de l'effectuation des opérations et assure la transmission du savoir.
> — Une béquille plus secrète et réservée aux initiés, qui savent deviner un réseau d'allusions entrelacées avec le précédent et le débordant sans cesse.
> La science, dans son fonctionnement ordinaire et pour sa communication, fait semblant s'user surtout de la première béquille. Ainsi, on peut très bien anticiper, prédite, stocker des données et surtout effectuer des opérations, c'est-à dire *tirer le meilleur parti de la disjonction artificielle du produit et de la productivité ; on oublie l'âpreté de la conquête de l'homogénéité que réclame*

[4] Selon la formule fortunée d'Eugene Wigner, "The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences," in *Communications in Pure and Applied Mathematics*, vol. 13, No. I (February 1960). New York: John Wiley & Sons, Inc. Copyright 1960 by John Wiley & Sons, Inc.

l'opération pour assurer l'extériorité de la relation à ses termes. Il y a une espèce de pudibonderie ingrate de la clarté opératoire ; elle s'efforce toujours de voiler le geste qui découpe une forme d'articulation [...] L'artifice qui dispense une forme possède toujours un point aveugle » (pp.28-29).

Si cette gestuelle mathématique est capitale, c'est parce que les mathématiques ne peuvent se réduire à cette « clarté opératoire » qui n'est jamais que l'application servile d'une règle. « Le geste inaugure une lignée de gestes, alors que la règle n'énonce que des « instructions », qu'un protocole de décomposition de l'action en actes répétables indéfiniment »(p.32) Contrairement à ce que laisse croire le terme flatteur de « mathématiques pures », toutes les mathématiques de manuels, toutes les règles procédurales et tous les théorèmes formalisés sont déjà dérivés, ils sont un *infra-* de la mathématique la plus essentielle, celle qui découpe des articulations avec une « dimension historiale »(p.32). Châtelet se réclame de Cavaillès, lequel demande de retrouver « l'intuition centrale [...] qui constitue l'unité profonde — mais cette fois saisissable dans l'action — d'une théorie » ; « comprendre est pouvoir en attraper le geste et pouvoir continuer »[5].

Il est alors possible de mieux situer cet étrange geste dans le paysage de la pratique des mathématiciens : le geste est le cœur de l'heuristique mathématique, la racine du mouvement de découverte. Il se saisit en amont de toute formalisation, il est l'anacrouse de toute « domestication » future. Moins prétentieux que son cousin le « génie », il incarne de façon plus modeste cette pratique des « grands » mathématiciens qui parviennent à instaurer, de façon énigmatique et presque corporelle une articulation nouvelle, et à en susciter d'autres. « Un geste réveille d'autres gestes : il sait mettre en réserve toutes les virtualités provocatrices de l'allusion, sans la dégrader en abréviation »(p.33). Les théorèmes ont des conséquences, des lemmes ; les gestes ont une « lignée ».

Pour approcher le geste, Châtelet interpole, entre le signe formalisé et lui, ce geste à l'arrêt qu'est le diagramme. « Un diagramme peut immobiliser un geste, le mettre au repos, bien avant qu'il ne se blottisse dans un signe »(p.33). Historiens des mathématiques et philosophes de la pratique mathématique sont aujourd'hui friands de diagrammes, qui se présentent comme l'*autre* de la formalisation littérale dans laquelle se dépose habituellement le savoir[6]. Ce qui pour Châtelet rend le diagramme plus proche du geste, c'est qu'il permet de se départir du caractère trompeur de la « clarté opératoire » dont nous parlions plus haut ; de sortir de l'itération aveugle pour retrouver quelque chose de la mobilité, de l'instabilité d'une pensée qui met en place un nouveau découpage. Il y a dans le diagramme quelque chose du tremblement originel, par lequel il est possible pour le mathématicien de réattraper le geste pour le comprendre.

On comprend ainsi que le dépôt graduel du geste dans l'écriture formalisée du cours ou du formulaire est une décélération, un trajet progressif vers l'immobilité. Le geste est mouvement insaisissable d'instauration d'une articulation ; le diagramme est sa capture relative par des ruses visuelles ; tandis que l'écriture fige le geste dans l'immobilité de la règle, ou dans la démarche pesante de la procédure.

Ainsi, le concept de geste proposé par Châtelet permet une réorganisation des pratiques et des savoirs mathématiques, ou à tout le moins une revalorisation des différentes régions de la pratique mathématique. La promotion d'une remontée à la gestuelle initiale n'est en ce sens rien moins qu'un déplacement du centre de gravité de l'activité des mathématiciens, tout du moins dans la manière dont on prétend en rendre compte. L'essentiel n'est pas là, pourrait-on dire en voyant le cours en ayant la nostalgie du geste, comme l'insecte piégé dans l'ambre peut nous rendre nostalgique d'une vie et d'un mouvement révolus. Pour Châtelet, les conséquences majeures sont à tirer du côté d'une philosophie des mathématiques qui s'est peut-être trop fourvoyée dans sa tentative de fonder la partie immobile des mathématiques, ce qui la fait souvent parler à côté de ce qu'est réellement cette discipline. C'est souvent en

5 Jean Cavaillès, *Méthode axiomatique et Formalisme*, Paris, Hermann, 1981, p.178.
6 Voir l'ouvrage fondateur de Mancosu, *The Philosophy of Mathematical Practice*, Oxford : Oxford University Press, 2008.

ce sens que l'ouvrage de Châtelet a été lu[7]. Ces conséquences nous importent moins, ici, que celles d'un nouveau partage qui se dessine, à partir du geste, entre théorie et pratique, entre savoir et savoir-faire. Elles permettent d'esquisser une nouvelle conception du devenir-mathématicien, dont le caractère distinctif est de replacer l'histoire au centre de l'apprentissage. Nous avons pu voir que l'apprentissage de contenus mathématiques, s'il est indispensable et prioritaire, ne pouvait suffire à donner le sens du geste à l'étudiant. Encore aujourd'hui, c'est à partir du niveau Master que l'étudiant, quittant le terrain rassurant des mathématiques domestiques, entre sur celui, plus mouvant, des mathématiques en train de se faire, des mathématiques sur lesquelles travaillent les enseignants-chercheurs[8]. C'est dans ce cadre qu'ils se familiarisent à la fois avec de nouveaux contenus et avec une pratique de la recherche — c'est leur baptême heuristique. Pour Châtelet, quelque chose de semblable devrait se jouer en prolongement de l'apprentissage des mathématiques domestiquées : aller au-delà du formulaire pour retrouver — l'histoire aidant — la manière dont le geste du mathématicien a élargi les possibilités conceptuelles. Comprendre la théorie de Galois, mais aussi attraper le geste de Galois, guetter la façon dont il instaure quelque chose qui sera réattrapé et poursuivi par d'autres. Il s'agit là d'un autre baptême heuristique, complémentaire, mais qui n'est souvent pratiqué que par des individualités marginales — on pense notamment à l'étudiant Grothendieck redéfinissant seul, de son côté, les intégrales de Lebesgue, ce qui l'a nécessairement obligé à attraper un geste dont il ignorait pourtant l'existence. Mais on devine derrière les propos de Châtelet qu'il y a là un manque dans l'enseignement institutionnel des mathématiques, qui non content de faire injustice aux découvertes (dont on oublie la teneur instauratrice, l'initiale mobilité), manque une occasion de joindre à la culture historique disciplinaire un apprentissage gestuel, proche du compagnonnage des métiers dits manuels. Ce nous semble être l'une des leçons les plus stimulantes de cet ouvrage.

BIBLIOGRAPHIE

CAVAILLES, *Méthode axiomatique et Formalisme*, Paris, Hermann, 1981, p.178.

LATOUR, Bruno ; « Sur la pratique des théoriciens », Jean-Marie Barbier éd., *Savoirs théoriques et savoirs d'action. Paris :* Presses Universitaires de France, 2011, pp. 131-146.

MANCOSU, The Philosophy of Mathematical Practice, Oxford : Oxford University Press, 2008.

SALANSKIS, J-M., *Vivre avec les mathématiques*, Paris : Seuil, 2015.

SERRES, Michel, « Gnomon : les débuts de la géométrie en Grèce », *in* Michel Serres (dir.), *Éléments d'histoire des sciences,* Paris : Bordas 1989.

VALÉRY, « Mais qui donc est européen ? », *Essais quasi politiques, Variété*, Paris : Gallimard, coll. «Bibliothèque de la Pléiade», Tome I, 1957.

WIGNER, Eugene, « The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences », in *Communications in Pure and Applied Mathematics*, vol. 13, No. I (February 1960). New York: John Wiley & Sons, Inc. Copyright 1960 by John Wiley & Sons, Inc.

[7] Voir par exemple Fernando Zalamea, *Philosophie synthétique de la mathématique contemporaine*, Paris : Hermann, 2018, pp. 68-69.

[8] Un aperçu de cette différence est donné de façon plaisante dans J-M. Salanskis, *Vivre avec les mathématiques*, Paris : Seuil, 2015.