

Modallogik & Metaphysik

Eine kritische Betrachtung David Lewis' Übersetzung
quantifizierter Modallogik in die Counterparttheorie

Universität de Genève
Seminararbeit zum Seminar „Métaphysique“ Wintersemester 06/07
Betreuung durch Philipp Keller

Antoinette Scherz
ascherz@freesurf.ch
076 570 13 45

Hauptfach: Philosophie
1. Nebenfach: Sozialpsychologie
2. Nebenfach: Völkerrecht

Anzahl Wörter: 7785

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	3
1 Normale Modallogik	4
1.1 Notwendigkeit und Möglichkeit	4
1.1.1 Modallogik	4
1.1.2 Syntax	5
1.1.3 Gültigkeit	5
1.1.4 Konsistenz und Vollständigkeit	6
1.2 Systeme	7
1.3 Quantifikation in der Modallogik	8
1.3.1 de re - de dicto	10
1.3.2 Ontologie der quantifizierten Modallogik	11
2 Mögliche Welten	12
2.1 Essenzielle und akzidentelle Eigenschaften	13
2.2 Modaler Realismus und Counterparts	14
3 Übersetzung von quantifizierter Modallogik in der Counterparttheorie	16
3.1 Übersetzungsschema	16
3.2 Essentialismus	17
3.3 Modale Prinzipien und relative Modalitäten	18
3.4 In einer Welt sein	19
4 Vergleich der quantifizierten Modallogik und der Counterparttheorie	20
4.1 Übersetzung einer Logik in eine andere	20
4.2 Reduktion der Modalbegriffe	21
4.2.1 Ontologische Reduktion	21
4.2.2 Erkenntnistheoretische Reduktion	21
4.2.3 Semantische Reduktion	22
4.3 Mögliche Welten versus mögliche Individuen	23
5 Zusammenfassung und Fazit	25
6 Bibliographie	27

Einleitung

Zu Beginn dieser Arbeit soll geklärt werden, was Modallogik ist und wozu sie in der Philosophie dient. Modalitäten können entweder ontologisch, als Arten des Bestehens von Sachverhalten, oder logisch, als Arten von Wahrheiten verstanden werden. Im Allgemeinen werden fünf verschiedene Modalitäten unterschieden: Faktizität, Notwendigkeit, Möglichkeit, Unmöglichkeit und Kontingenz.¹ In der Modallogik werden modale Aussagen formal dargestellt und anhand verschiedener Systeme und mengentheoretischer Modelle beurteilt. Nun stellt sich für die entwickelten Systemen die Frage nach der Interpretation von Modalität, also ihrer Semantik. Von Saul Kripke stammen die nach ihm benannten Kripke-Modelle, welche auf einer Zugänglichkeitsrelation zwischen möglichen Welten aufgebaut sind und dadurch mengentheoretische Interpretationen der Modallogik zulassen.² In Bezug auf diese Mögliche-Welten-Semantik geht David Lewis im Vergleich zu Kripke noch einen Schritt weiter, indem er mögliche Welten nicht als abstraktes Konstrukt verwendet, sondern von ihrer tatsächlichen Existenz ausgeht und zur Interpretation der Modallogik die so genannte Gegenstück- oder Counterparttheorie³ entwickelt hat. Welche Implikationen, Vor- und Nachteile der modale Realismus von Lewis und insbesondere die Übersetzung der quantifizierten Modallogik in Counterparttheorie mit sich bringen, soll in dieser Arbeit besprochen werden.

Hierzu werde ich in einem ersten Teil kurz auf den Aufbau der Modallogik eingehen und einige der bekanntesten Systeme erläutern. Darauf aufbauend wird erstens die Mögliche-Welten-Semantik und zweitens die Counterparttheorie von Lewis betrachtet, hierbei wird auch auf die Unterscheidung von essentiellen und akzidentellen Eigenschaften und vor allem auf die Übersetzbarkeit der quantifizierten Modallogik in Counterparttheorie eingegangen. In einem letzten Teil werde ich die Übersetzbarkeit der quantifizierten Modallogik in Counterparttheorie kritisch hinterfragen. Dabei werden die beiden Ansätze miteinander verglichen und anhand dieses Vergleichs Vor- und Nachteile der Counterparttheorie herausgearbeitet. Abgeschlossen wird diese Arbeit mit einer kurzen Zusammenfassung der Erkenntnisse und einem Fazit. Als Grundlage für den Vergleich der Theorien werden mir insbesondere *A New Introduction to Modal Logic*⁴ von Hughes und Cresswell für den modallogischen Teil und *Counterpart Theory and Quantified Modal Logic*⁵ von Lewis für die Übersetzung der quantifizierten Modallogik in Counterparttheorie dienen; auf spätere Revisionen der Counterparttheorie, wie sie Lewis vor allem in *On the plurality of worlds*⁶ angebracht hat, wird nicht eingegangen, da das primäre Interesse dieser Arbeit auf der Übersetzung der Modallogik und nicht auf der Counterparttheorie als solche liegt.

¹ Regenbogen/Meyer (1998) 417.

² Kripke (1959).

³ Im Folgenden wird immer von Counterparts die Rede sein, auch wenn im Deutschen auch das Wort Gegenstück verwendet wird.

⁴ Hughes/Cresswell (1996).

⁵ Lewis (1983).

⁶ Lewis (1986).

1 Normale Modallogik

Um das Verständnis der nachfolgenden Interpretationen modaler Aussagen zu erleichtern, soll in diesem ersten Abschnitt eine kurze Einführung in die Grundlagen der Modallogik gegeben werden. Wenn nicht anders angegeben dient als Grundlage für die formalen Besprechungen Hughes und Cresswell⁷, wobei primär die grundlegende Idee der normalen Modallogik verdeutlicht werden soll und kein Anspruch auf Vollständigkeit und Exaktheit der formalen Sprache erhoben wird.

1.1 Notwendigkeit und Möglichkeit

Obwohl die Modallogik sowohl für deontische, in welchen ethische Gebote behandelt werden, als auch für temporale oder doxastische Systeme verwendet werden kann, wird in dieser Arbeit lediglich auf die alethischen Modalitäten „notwendig“ und „möglich“ eingegangen. Im Allgemeinen wird eine Aussage genau dann als logisch notwendig bezeichnet, wenn es unmöglich ist, dass diese Aussage falsch ist. Die notwendige Wahrheit einer Aussage wird häufig als unabhängig von der Realität und allein auf Grund ihrer logischen Form als gültig bezeichnet. So sind Aussagen von der Form: „ $\alpha \vee \neg\alpha$ “ immer schon auf Grund des Bivalenzprinzips⁸ wahr. Logisch möglich ist eine Aussage genau dann, wenn sie nicht notwendigerweise falsch ist, die Wirklichkeit also so beschaffen sein könnte, dass die Aussage wahr wäre. Um dies zu veranschaulichen, je ein Beispiel für Notwendigkeit: „Alle Kreise sind rund.“ und für Möglichkeit: „Erdbeeren sind rot.“. In welchen Sinn Erdbeeren nun aber blau sein könnten, wie hierbei Wirklichkeit zu verstehen ist, oder ob beide Aussagen sich nur im Bezug auf sprachliche Definitionen unterscheiden, soll im Weiteren besprochen werden.

1.1.1 Modallogik

Auch wenn sich Sprache und Aufbau der modallogischen Systeme, wie sie hier dargestellt werden, an Hughes und Cresswell anlehnen, sind gewisse Schreibweisen abgeändert worden.⁹

Die Modallogik basiert auf einer zweiwertigen Aussagenlogik (AL), in der jeder Aussage einer der Werte „wahr“ (1), oder „falsch“ (0) zugeordnet wird. Als Modaloperatoren kommen zusätzlich $\Box\alpha$: „es ist notwendig, dass α “ und $\Diamond\alpha$ „es ist möglich, dass α “ hinzu, wobei jeweils entweder \Box oder \Diamond als primitives Symbol eingeführt werden kann und das jeweils andere durch dieses definiert wird.

⁷ Hughes/Cresswell (1996).

⁸ Nach dem Bivalenzprinzip, oder auch „tertium non datur“, wird einer Aussage in der gängigen formalen Logik entweder der Wert „wahr“ oder der Wert „falsch“ zugeschrieben. Ein anderer, beide zugleich oder gar kein Wert ist nicht zulässig. Natürlich gibt es auch mehrwertige Logiken, in denen dieses Prinzip nicht gilt, deren Besprechung aber ein ganz eigenes Feld eröffnen würde.

⁹ Für L und M wird \Box und \Diamond verwendet; \neg für \sim ; \Leftrightarrow für \equiv ; \rightarrow für \supset und für Prädikate Grossbuchstaben.

1.1.2 Syntax

In der Sprache der aussagenlogischen Modallogik gelten die folgenden Zeichen als primitiv:

Eine unendliche Menge von Aussagekonstanten: $\alpha, \beta, \gamma, \dots, \omega, \omega_1, \omega_2, \omega_n$;

Der einstellige Junktor: \neg

Der zweistellige Junktor: \vee

Der einstellige Operator: \Box

Hilfszeichen (,)

Formationsregeln: Als wohlgeformte Formeln (wff) gelten genau die folgenden Formeln:

FR1: Alleinstehende Aussagekonstanten sind wohlgeformte Formeln.

FR2: Wenn α eine wff ist, dann sind $\neg\alpha$ und $\Box\alpha$ wffs.

FR3: $(\alpha \vee \beta)$ ist eine wff, wenn α und β wffs sind

Klammern, die eine ganze wff umschliessen, können weggelassen werden.

Wenn dies gegeben ist, können weitere Operationen definiert werden:

$$\wedge =_{\text{def}} \neg(\neg\alpha \vee \neg\beta)$$

$$\rightarrow =_{\text{def}} (\neg\alpha \vee \beta)$$

$$\Leftrightarrow =_{\text{def}} (\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\beta \rightarrow \alpha)$$

$$\text{Def. } \Diamond: \Box\alpha =_{\text{def}} \neg\Diamond\neg\alpha$$

1.1.3 Gültigkeit

Da modallogische Aussagen nicht wahrheitsfunktional sind, also die Wahrheit von modalen Aussagen nicht nur von der aktuellen Wahrheit ihrer Teile und der Interpretation der Junktoren abhängt, da sich diese Aussagen nicht nur auf die aktuelle Welt sondern auch auf Möglichkeiten beziehen, muss ein anderes Modell als das wahrheitsfunktionale angewandt werden, um ihre Gültigkeit beurteilen zu können. Hierzu werden folgende Bezeichnungen verwendet: w ist eine Welt; R ist eine diadische Relation zwischen zwei Welten, also wRw^1 ; V ist eine Wertezuordnung, wobei 1 für den Wert „wahr“ und 0 für den Wert „falsch“ steht. Die Gültigkeit wird für ein System S im Bezug auf eine bestimmte Klasse \mathcal{S} von Frames $\langle W, R \rangle$, welche ein geordnetes Paar aus W , der Menge von Welten und R , der Spezifikation der Zugänglichkeitsrelation zwischen diesen Welten sind, definiert. Eine wff α ist \mathcal{S} -gültig, wenn sie für jeden Frame $\langle W, R \rangle \in \mathcal{S}$ und jedes Modell $\langle V, W, R \rangle$, basierend auf dem Frame $\langle W, R \rangle$, die Wertezuordnung $V(\alpha, w) = 1$ erhält. Gewisse wffs sind in jedem Frame gültig, sie werden auch K -gültig genannt. Das System K stellt keine Anforderungen an die Beschaffenheit der Relation R und wird somit dann verwendet, wenn Gültigkeit in allen Frames gegeben sein soll. Die wff, die das System K als Axiom definiert und häufig \mathbf{K} genannt wird, lautet folgendermassen. $\mathbf{K}: \Box(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\Box\alpha \rightarrow \Box\beta)$

Für das System K gilt:

Als wff gelten: a) alle AL-gültigen wffs

b) **K**: $\Box(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\Box\alpha \rightarrow \Box\beta)$

c) alle aus diesen ableitbaren, nach den Transformationsregeln gebildeten Formeln.

Transformationsregeln¹⁰:

1. Uniforme Substitution (**US**): $\vdash\alpha \rightarrow \vdash\alpha [\beta_1/\gamma_1 \dots \beta_n/\gamma_n]$

2. Modus Ponens (**MP**): $\vdash\alpha, \alpha \rightarrow \beta \Rightarrow \vdash\beta$ ¹¹

1.1.4 Konsistenz und Vollständigkeit

In diesem Abschnitt werden einige weitere knappe Begriffsdefinitionen bezüglich logischer Systeme gegeben, die im Weiteren zu einer besseren Verständlichkeit führen sollen. Ein System wird als „konsistent“ bezeichnet, wenn aus seinen Axiomen nicht gleichzeitig Theoreme und deren Verneinungen abgeleitet werden können. Systeme werden als stark oder schwach bezeichnet, so sind in einem schwächeren System gewisse Theoreme eines stärkeren Systems nicht gültig. Als normale modallogische Systeme gelten Extensionen des Systems K.

Die Vollständigkeit eines Systems bedeutet, dass jede gültige wff ein Theorem des Systems ist. Sowohl die Schlüssigkeit als auch die Vollständigkeit eines Systems müssen jeweils bewiesen werden,¹² die einzelnen Beweise können aber in dieser Arbeit nicht aufgezeigt werden.

Die Vollständigkeit wird im Bezug auf maximale, konsistente Mengen G bestimmt. Für G gilt, die Menge ist konsistent und entweder ist $\alpha \in G$ oder $\neg\alpha \in G$, durch diese Eigenschaften kann sie als theoretisches Modell für eine Welt dienen. Ein kanonisches Modell für S besitzt die Eigenschaft, dass eine wff α darin genau dann gültig ist, wenn gilt $\vdash_s\alpha$.¹³ Oder anders gesagt, die Wertezuordnung für α in einer bestimmten Welt ist 1 genau dann wenn α Element dieser Welt ist.

¹⁰ Hughes/Cresswell (1996) 25.

¹¹ Wobei \Rightarrow als Zeichen für die semantische Folgerung und \vdash für die Ableitbarkeit in einem System verwendet wird.

¹² Hughes/Cresswell (1996) 36.

¹³ Hughes/Cresswell (1996) 112.

1.2 Systeme

Der Zusammenhang zwischen Syntax und Kripke-Semantik besteht darin, dass abhängig von den Eigenschaften (algebraischen Ordnungseigenschaften) der Zugänglichkeitsrelation R ganz bestimmte modale Systeme im syntaktischen Sinn vollständige Systeme liefern und somit im Sinne der semantischen Spezifikation gültige Formeln ableiten. In diesem Abschnitt werden die in der Philosophie gebräuchlichsten modallogischen Systeme und die Eigenschaften ihrer Frames kurz vorgestellt. Sie sind alle Extensionen des Systems K und werden daher zu den normalen modallogischen Systemen gezählt. Die Systeme werden hier in einem axiomatischen Aufbau dargestellt, wobei die Axiome jeweils fett gedruckt sind. Unter Gebrauch der Transformationsregeln sind aus den Axiomen weitere gültige wffs ableitbar, die „Theoreme“ genannt werden.

Das System K besteht aus allen Theoremen der AL und dem Axiom K : $\Box(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\Box\alpha \rightarrow \Box\beta)$.

K ist das schwächste modallogische System, das heißt es sind in ihm keine Voraussetzungen für die Art der Zugänglichkeitsrelationen zwischen den Welten gegeben. Sie sind also beliebig wählbar.

Das System T besteht aus dem System K und dem zusätzlichen Axiom T : $\Box\alpha \rightarrow \beta$.

T ist kein Theorem von K , somit sind K und T verschiedene Systeme, wobei T das stärkere System ist. Die Relationen in T müssen reflexiv sein, jede Welt muss sich also selbst zugänglich sein. Ansonsten wird ein Modell möglich, in dem T nicht gültig ist.

Das System D besteht aus dem System K und dem zusätzlichen Axiom D : $\Box\alpha \rightarrow \Diamond\beta$.

Die Relationen in den Frames, auf denen D basiert, sind seriell, das heißt jede Welt hat Zugang zu mindestens einer Welt, keine ist ein „dead end“. Oder anders gesagt, von jeder Welt aus ist mindestens eine zugänglich, sei es nun eine andere oder, dass die Zugangsrelation reflexiv ist und die betreffende Welt somit sich selbst zugänglich ist.

Das System B besteht aus dem System T und dem zusätzlichen Axiom B : $\alpha \rightarrow \Box\Diamond\beta$.

Die Zugangsrelationen sind reflexiv und symmetrisch.

Das System $S4$ besteht aus dem System T und dem zusätzlichen Axiom 4 : $\Box\alpha \rightarrow \Box\Box\beta$.

Die Zugänglichkeitsrelationen sind in diesem Fall sowohl reflexiv als auch transitiv. In $S4$ wird es zudem möglich Reihen von gleichen Modalenoperatoren auf einen zu reduzieren.

Das System $S5$ besteht aus dem System T und dem zusätzlichen Axiom und E : $\Diamond\alpha \rightarrow \Box\Diamond\beta$.

Dies stellt die höchsten Anforderungen an die Eigenschaft der Relationen. Diese müssen reflexiv, transitiv und symmetrisch sein, was einer Äquivalenzrelation entspricht. In $S5$ sind Reduktionen aller Modalenoperatoren bis auf den letzten in einer Reihe möglich.

1.3 Quantifikation in der Modallogik

Für die Quantifikation wird die Modallogik mit Prädikatenlogik (PL) kombiniert, dadurch entsteht eine modale Prädikatenlogik (MPL) deren Sprache mit \mathcal{L} bezeichnet wird. Dabei gilt für die PL eine Ersetzungsinstanziierung (substitution-instance) einer AL-wff α als Ausdruck, in welchem jede Aussagevariable α durch eine wff der prädikatenlogischen Sprache ersetzt wird.¹⁴ Die Sprache \mathcal{L} der modallogischen Prädikatenlogik besteht aus der Sprache der PL unter Hinzufügung von \Box .¹⁵ Hierfür wird die Einführung weiterer primitiver Symbole nötig.

Eine unendliche Menge von n-stelligen Prädikaten ($n \geq 0$): $F, G, H, \dots, Z, Z_1, Z_2, \dots, Z_n$;

Eine unendliche Menge von Individuenvariablen: $x, y, z, \dots, z, z, z, \dots, z_n$;

Eine unendliche Menge von Individuenkonstanten: $a, b, c, d, \dots, w, w_1, w_2, \dots, w_n$;

Die Symbole: \neg, \vee, \forall (und \exists).

Als wohlgeformte Formeln gelten genau die folgenden Formeln¹⁶:

FR1: Jede Sequenz von Symbolen, die aus einem n-stelligen Prädikat gefolgt von n (nicht zwingend verschiedenen) Individuenvariablen besteht, ist eine wohlgeformte Formel.

FR2: Wenn α eine wff ist, dann ist $\neg\alpha$ und $\Box\alpha$ eine wff.

FR3: Wenn α und β wffs sind, ist $(\alpha \vee \beta)$ eine wff.

FR4: Wenn α eine wff ist und x eine Individuenvariable, dann ist $\forall x\alpha$ eine wff.

AL: Jede MPL Ersetzungsinstanziierung einer gültigen wff von PL ist ein Axiom von MPL.

Die Definitionen von $\wedge, \rightarrow, \leftrightarrow$ und \diamond werden, wie in 1.1.2 für die AL eingeführt, übernommen.

Neu hinzu kommt die Definition für den Existenzquantor durch den Allquantor.

Def. \exists : $\exists x\alpha =_{\text{def.}} \neg\forall x\neg\alpha$

Semantik¹⁷

Ein Modell der Sprache \mathcal{L} , der modalen Prädikatenlogik ist ein Quadrupel $\langle W, R, D, V \rangle$, wobei W eine Menge von Welten, R eine Relation über W , D der Individuenbereich und somit ebenfalls eine Menge und V eine Funktion ist, so dass ,wenn P ein n-stelliges Prädikat ist, $V(P)$ eine Menge von n-Tupel w für $u_1, \dots, u_n \in D$ und $w \in W$. Die Zuordnung m zu einer Variablen ist eine Funktion, so dass für jede Variable x gilt $m(x) \in D$.

¹⁴ Huges/Cresswell (1996) 241.

¹⁵ Huges/Cresswell (1996) 243.

¹⁶ Huges/Cresswell (1996) 236, mit der Anpassung von FR2 aus 243.

¹⁷ Huges/Cresswell (1996) 243.

Jede wff hat einen Wahrheitswert in einer Welt relativ zu einer Zuordnung m . $V_m(Px_1 \dots x_n, w) = 1$, wenn $\langle m(x_1), \dots, m(x_n), w \rangle \in V(P)$ und sonst 0.

*Systeme in der modalen Prädikatenlogik*¹⁸

Für ein System S der normalen, modalen Prädikatenlogik wird $PL \ \& \ S$ folgendermassen definiert, wobei die wff als wff der Sprache \mathcal{L} der MPL gelten.

S': Wenn α eine Ersetzungsinstanziierung eines Theorems von S ist, dann ist α ein Theorem von $PL \ \& \ S$.

V₁: Wenn α eine wff und x und y Individuenvariablen sind, dann ist $\forall x\alpha \rightarrow \alpha[y/x]$ ein Theorem der $PL \ \& \ S$.

N: Wenn α ein Theorem der $PL \ \& \ S$ ist, dann ist $\Box\alpha$ ein Theorem der $PL \ \& \ S$.

MP: Wenn α und $\alpha \rightarrow \beta$ Theoreme der $PL \ \& \ S$ sind, dann ist auch β eines.

V₂: Wenn $\alpha \rightarrow \beta$ ein Theorem der $PL \ \& \ S$ ist und x nicht frei in α vorkommt, dann ist auch $\alpha \rightarrow \forall x\beta$ ein Theorem der $PL \ \& \ S$.

Ein grundlegendes Zusatzprinzip, welches „Barcan Formel“ genannt wird, ist **BF**: $\forall x(\Box\alpha) \rightarrow \Box\forall x(\alpha)$. Die **BF** ist ein Theorem in $PL \ \& \ S$ für B und $S5$, jedoch nicht in K , T , D und $S4$.¹⁹ Hingegen ist die konverse Barcan Formel, **CBF**: $\Box\forall x(\alpha) \rightarrow \forall x(\Box\alpha)$ in $PL \ \& \ K$ und somit auch in allen stärkeren Systemen, beweisbar.²⁰ Zu beachten ist hierbei, dass dies für die Gültigkeit in Systemen zutrifft. Für alle prädikatenlogischen Modelle, die oben besprochen wurden, ist die Barcan Formel aber gültig.

Für die Systeme $PL \ \& \ S$ gilt des weiteren, dass, wenn ein normales, modales, aussagenlogisches System im Bezug auf eine bestimmte Klasse von Frames schlüssig ist, so gilt dies ebenfalls für das korrespondierende, modale, prädikatenlogische System $S \ \& \ BF$.²¹ Somit lassen sich die Eigenschaften die unter 1.2 beschrieben sind, auf die Systeme der MPL übertragen. Im Allgemeinen ist, wenn von normalen, modalen, prädikatenlogischen Systemen gesprochen wird, nicht $PL \ \& \ S$ gemeint, sondern $PL \ \& \ BF \ \& \ S$.

¹⁸ Huges/Cresswell (1996) 244.

¹⁹ Huges/Cresswell (1996) 244&246.

²⁰ Huges/Cresswell (1996) 245.

²¹ Huges/Cresswell (1996) 249&250.

1.3.1 *de re* - *de dicto*

Die Kombination von Quantifikation und Modallogik führt zu zwei verschiedenen Arten von Modalaussagen: „de re“- und „de dicto“-Modalitäten. Die Modalität „de dicto“ bezieht sich auf die Notwendigkeit oder die Möglichkeit der Beschreibung eines Individuums, die Modalität „de re“ hingegen ist auf das Individuum selbst bezogen. Die erste geht somit von Begriffen aus, wohingegen die zweite essentielle und akzidentelle Eigenschaften zuschreibt. Die Gültigkeit von „de re“-Modalitäten ist nicht unumstritten, gewisse Philosophen wie Quine sind der Meinung die Notwendigkeit liege in der Sprache begründet und es mache keinen Sinn, Dingen als solchen, essentielle Eigenschaften zuzuschreiben.²² Kripke verteidigt die Annahme von essentiellen Eigenschaften, weil seiner Ansicht nach Aussagen über diese durchaus einen intuitiven Gehalt haben. Gegen „de dicto“-Modalitäten hat Quine jedoch nichts, da diese ja auf Begriffe und daher auf Sprache bezogen sind. Ob eine Modalaussage eine „de re“- oder eine „de dicto“-Modalität ausdrückt, macht also einen wesentlichen Unterschied.

Formal unterscheiden sich die beiden Arten von Modalaussagen durch die Reichweite (scope) des Modaloperators. Als de-dicto-wffs gelten diejenigen Formeln, in denen keine Variable in der Reichweite eines Modaloperators frei vorkommt, de-re-wffs sind diejenigen, in denen das geschieht.

$$\text{„de re“: } \forall x(\Box\alpha[x]) \qquad \text{„de dicto“: } \Box\forall x(\alpha[x])$$

Dieser Unterschied zeigt sich auch in der folgenden Formel: $\Box\exists xPx \rightarrow \exists x\Box Px$. Das Konsequens, $\exists x\Box Px$ stellt eine Existenzbehauptung auf und zwar für ein Ding, das in jeder zugänglichen Welt die Eigenschaft P besitzt. Es handelt sich also um eine de re Aussage. Das Antecedens, $\Box\exists xPx$ besagt jedoch nur, dass in jeder zugänglichen Welt irgendetwas, also nicht zwingend in jeder Welt dasselbe Individuum, die Eigenschaft P besitzt, was einer de dicto Aussage entspricht. Somit ist die Umkehrung dieser Formel ein Theorem von PL & S, sie selbst allerdings nicht.²³

Im Allgemeinen sind nur gewisse de-re-wffs äquivalent zu de-dicto-wffs in allen PL & S. Andere, wie beispielsweise $\forall x\Box Px$ im Bezug zu $\Box\forall xPx$, sind nur in gewissen Systemen äquivalent, nämlich in denjenigen mit **BF**. Jedoch gibt es kein modales System, in welchem alle de-re-wffs zu de-dicto-wffs äquivalent wären.²⁴

²² Quine (1953): Reference and Modality, 139-159.

²³ Hughes/Cresswell (1996) 250.

²⁴ Hughes/Cresswell (1996) 249.

1.3.2 *Ontologie der quantifizierten Modallogik*

Die Kombination von Quantoren und modalen Operatoren bringt einige besondere Fragen zur Existenz in anderen Welten mit sich. Quine war beispielsweise der Meinung, dass Quantifikation in intensionalen Kontexten wie $\Box(\dots x\dots)$ überhaupt nicht zulässig ist.²⁵ So wird auch die Gültigkeit der Barcan Formel angezweifelt, da sie Implikationen mit sich bringt, deren semantische Vertretbarkeit umstritten ist, jedoch können diese Probleme primär als eine Frage des Quantifikationsbereiches verstanden werden. Generell wird die Barcan Formel, als wff: $\forall x(\Box Fx) \rightarrow \Box \forall x(Fx)$, folgendermassen interpretiert. Wenn alle x notwendigerweise eine bestimmte Eigenschaft F besitzen, dann ist es notwendigerweise der Fall, dass alle x diese Eigenschaft besitzen. Die **BF** kann wenn sie auf die Existenz aller Objekte angewandt wird, als die These interpretiert werden, dass genau dieselben Objekte, beziehungsweise nicht mehr als in der aktuellen Welt existieren, in allen möglichen Welten existieren.²⁶

Im Bezug auf den Quantifikationsbereich werden zwei grundlegenden Positionen unterschieden. Die eine, welche auch die „possibilistische“ (possibilist) genannt wird, geht von einem fixen Bereich aus, der alle möglichen Objekte enthält. Die andere, die als die aktualistisch (actualist) bezeichnet wird, nimmt für jede mögliche Welt einen anderen Quantifikationsbereich an, welcher nur diejenigen Objekte enthält, die aktual in dieser Welt existieren.²⁷

In den oben besprochenen Modellen $\langle W, R, D, V \rangle$ ist die Barcan Formel gültig, da sie von einem fixen Bereich ausgehen. Wenn hingegen von einer aktualistischen Auffassung ausgegangen wird, wäre es wünschenswert, der **BF** keine Gültigkeit zuzuschreiben.²⁸ Zudem sind modale „de re“-Aussagen wie besprochen umstritten, „de dicto“ aber nicht, daher kann es als Problem betrachtet werden, wenn „de re“- in „de dicto“-Aussagen überführt werden, was in der Barcan Formel genau der Fall ist.

Für Systeme ohne die **BF** wird eine andere Semantik nötig, in der verschiedene Bereiche mit verschiedenen Welten in Verbindung gebracht werden. Hier besteht ein Modell aus einem Quintupel $\langle W, R, D, Q, V \rangle$. Wobei Q eine Funktion ist, welche den Mitgliedern von W , Teilmengen von D zuordnet.²⁹

²⁵ Quine (1953): Reference and Modality, 139-159.

²⁶ Huges/Cresswell (1996) 353.

²⁷ Garson, James, "Modal Logic", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Summer 2007 Edition)*, Edward N. Zalta (ed.), URL = <http://plato.stanford.edu/archives/sum2007/entries/logic-modal/>.

²⁸ Huges/Cresswell (1996) 289.

²⁹ Huges/Cresswell (1996) 275.

2 Mögliche Welten

Der Begriff der möglichen Welten geht auf Leibniz zurück, der den Begriff aber noch nicht im Zusammenhang mit Modallogik verwendet hat. Die Mögliche-Welten-Semantik als Theorie für die Modallogik wurde von Kripke 1959 entwickelt.³⁰ In *Naming and Necessity* vertritt er die Meinung, dass mögliche Welten stipulativ festgelegt werden. Seiner Auffassung nach ist dieses Verständnis näher an der intuitiven Sprechweise über kontrafaktische Situationen, als wenn von qualitativen gegebenen Welten ausgegangen wird. Bei Lewis hingegen sind mögliche Welten, qualitativ, das heisst an Hand ihrer Eigenschaften definiert. Abweichend vom gängigen Verständnis der Modallogik sind sie in seiner Theorie aber nicht nur einfach theoretische Hilfskonstruktionen, sondern er postuliert ihre tatsächliche Existenz. Existenz ist hier nicht im Sinne einer Existenz in der aktuellen Welt zu verstehen, sondern als ontologische Behauptung. Das heisst, die möglichen Welten sind genauso konkret wie die aktuelle. Diese zeichnet sich dadurch aus, dass wir uns nur in einer Welt befinden und diese daher für uns die aktuelle ist. Die Hauptbegründung, die Lewis für diesen modalen Realismus liefert, ist die Nützlichkeit, die diese These seiner Meinung nach mit sich bringt. „Why believe in a plurality of worlds? – Because the hypothesis is serviceable, and that is a reason to think it is true.“³¹

Als Gegentheorie zu Lewis modalem Realismus gilt der aktuelle Repräsentationismus (actualist representationism). Darin gilt eine mögliche Welt als maximal, konsistente Repräsentation, je nach Theorie Sätze, Propositionen, Tatsachen oder Eigenschaften, die beschreibt, wie das Universum möglicherweise sein könnte. Hierbei wird zwischen Universum und aktueller Welt unterschieden: „(...) according to most versions of actualist representationism, the universe, as it (actually) is, is not the actual world. Since the actual world is a possible world and every possible world is a representation, the actual world is a representation.“³² Somit ist auch die aktuelle Welt eine Repräsentation des Universums, diejenige, die die Welt so beschreibt, wie es tatsächlich ist. Das Universum ist in dieser Konzeption jedoch keine Repräsentation, sondern beinhaltet diese zusammen mit allen anderen Objekten. Es schliesst aber keine bloss möglichen Objekte ein sondern nur diejenigen, welche aktuell existieren. Eine andere Alternative, auf die in dieser Arbeit jedoch nicht weiter eingegangen wird, sind die Meinongschen Theorien. Diese führen eine Unterscheidung zwischen Existenz, welche für aktuelle reale Objekte zutrifft, Subsistenz beispielsweise für mathematische Objekte und Gegebenheit als minimaler Modus des Seins, der auch für unmögliche Objekte zutrifft, ein.

³⁰ Kripke (1959).

³¹ Lewis (1986) 3.

³² Yagisawa, Takashi, "Possible Objects", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Fall 2005 Edition)*, Edward N. Zalta (ed.), URL = <<http://plato.stanford.edu/archives/fall2005/entries/possible-objects/>>.

2.1 *Essenzielle und akzidentelle Eigenschaften*

Um den Unterschied zwischen diesen theoretischen Ansätzen verstehen zu können, müssen zwei weitere Begriffe eingeführt werden, diejenigen der essentiellen und der akzidentellen Eigenschaft. Essenzielle Eigenschaften sind Eigenschaften, die ein Individuum in jedem Fall besitzt, oder auf mögliche Welten bezogen, in jeder Welt besitzt. Ohne diese Eigenschaft wäre es nicht das, was es ist, sie sind somit wesensbestimmend. Das Gegenstück zu essentiellen Eigenschaften sind die akzidentellen, die einem Individuum nur kontingent, also in einigen Welten, aber nicht in allen zukommen. Einige Beispiele von essentiellen Eigenschaften, wie dass alle Kreise rund und alle Junggesellen unverheiratet sind, scheinen unproblematisch zu sein, doch andere lassen Zweifel daran aufkommen, ob der Begriff überhaupt Sinn macht. „interesting examples of essential properties are more controversial - so controversial that some philosophers have doubted whether there are any. It is sometimes suggested, though, that if something is a member of a natural kind, then being a member of that kind is essential to it; for example, *being human* is an essential property of Saul Kripke.“³³

Ein Grund weshalb essentielle Eigenschaften in der Philosophie gebraucht werden, ist um ein Identitätskriterium über Welten hinweg (identity across possible worlds) zu definieren. Erst wenn ein Individuum in mehreren Welten identifiziert werden kann, werden modale Aussagen über es möglich. Bei der Identifikation durch essentielle Eigenschaften wird postuliert, dass ein Individuum dann in verschiedenen Welten dasselbe ist, wenn es die selben essentiellen Eigenschaften besitzt, die akzidentellen können hingegen sowohl in einer Welt, über die Zeit hinweg, als auch von einer Welt zur anderen ändern. Da ein Individuum mit veränderten essentiellen Eigenschaften nicht dasselbe ist, sind sie in dieser Theorie die Grundlage der Identität. Eine andere Möglichkeit der Identifikation ist es, die Identität an der Gesamtheit der Eigenschaften eines Objekts festzumachen. Jedoch erscheint dieser Ansatz schon im temporalen Vergleich problematisch, da wir selbst über unser Leben hinweg gewisse Eigenschaften ändern und somit nicht selbstidentisch wären.

Konzeptionen, diese Schwierigkeiten zu umgehen, stellen Kripke und Lewis zur Verfügung. Kripke ist der Meinung, dass eine solche Identifikation gar nicht erforderlich ist, da auf den Gegenstand direkt referiert werden kann.³⁴ Nach Lewis ist eine solche Identifizierung nicht nur unnötig, sondern auch unmöglich, da in seiner Theorie Objekte in verschiedenen Welten nicht identisch sein können.

³³ Swoyer, Chris, "Properties", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Winter 2000 Edition)*, Edward N. Zalta (ed.), URL = <<http://plato.stanford.edu/archives/win2000/entries/properties/>>.

³⁴ Kripke (1993) 65.

2.2 *Modaler Realismus und Counterparts*

Der Modale Realismus, wie ihn Lewis vertritt, postuliert wie gesagt die Existenz möglicher Welten, die alle genau so konkret sind wie die aktuelle. Diese Welten sind zeitlich und räumlich von einander getrennt. Somit können wir die bloss-möglichen nie erreichen oder ihre Existenz feststellen. Diese Unabhängigkeit bringt auch mit sich, dass Objekte nicht zugleich in mehr als einer Welt sein können, das heisst ein Individuum existiert immer nur in einer Welt. Es kann aber in einer anderen Welt ein Individuum geben, das diesem entspricht, sein Gegenstück oder Counterpart ist. Ein Counterpart ist also nicht dasselbe Objekt in verschiedenen Welten, es besteht keine Identität zwischen ihnen, sondern dasjenige, das dem Objekt in einer anderen Welt am ähnlichsten ist. Ein Objekt gilt in dieser Theorie dann als notwendig, wenn es in jeder möglichen Welt einen Counterpart besitzt.

Für die Counterparttheorie spricht nach Lewis die bessere Verständlichkeit im Vergleich zur Modallogik, da sie Notwendigkeits- und Möglichkeitsaussagen ohne Modaloperatoren sondern dem, was er die normale Praxis nennt, folgend, durch eine Prädikatenlogik mit Identitätsaussagen und Individuenkonstanten mit zusätzlich speziellen Prädikaten und einem Bereich, der über alle möglichen Welten und ihre Objekte reicht, darstellt. Hierdurch wird die quantifizierte Modallogik in intuitiv verständlichere Ähnlichkeitsaussagen übersetzt.

Als Grundlage für diesen Abschnitt, in dem eine Einführung in die Counterparttheorie von Lewis gegeben werden soll, dient *Counterpart Theory and Quantified Modal Logic*.³⁵

Wie schon erwähnt, besteht zwischen den Counterparts nach Lewis keine strenge Identität, sondern eine Ähnlichkeitsrelation. Ein Counterpart ähnelt einem Objekt in ausreichendem Mass und in den relevanten Aspekten.³⁶ So ist jedes Individuum sein eigener Counterpart, aber nichts anderes in derselben Welt. In der Counterparttheorie wird keine Identität über verschiedene mögliche Welten angenommen. Sie wird sogar ausgeschlossen, somit sind Dinge in verschiedenen Welten immer verschieden.³⁷ Grundsätzlich sind Counterparts dasjenige in möglichen Welten, was einem Individuum in einer anderen Welt mehr als alles andere in dieser Welt gleicht. Die Counterpartbeziehung ist zwar reflexiv aber weder transitiv noch symmetrisch. Somit besteht zwischen den Counterparts keine Äquivalenzbeziehung.

Counterparts sind nicht identisch, oder wie Lewis es auch ausdrückt: „Your counterparts resemble you closely in content and context in important respects. They resemble you more closely than do

³⁵ Lewis (1983).

³⁶ Lewis (1968) 28.

& Yagisawa, Takashi, "Possible Objects", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Fall 2005 Edition)*, Edward N. Zalta (ed.), URL = <<http://plato.stanford.edu/archives/fall2005/entries/possible-objects/>>.

³⁷ Lewis (1968) 27.

the other things in their worlds. But they are not really you. (...) It would be better to say that your counterparts are men you *would have been*, had the world been otherwise.³⁸

Um diese Idee formal darzustellen führt Lewis vier primitive Symbole und acht Postulate ein, die seine Theorie formalisierbar machen.³⁹

Primitive Prädikate der Counterparttheorie:

- Wx: x ist eine mögliche Welt.
- Ixy: x ist in einer möglichen Welt y.
- Ax: x ist aktual.
- Cxy: x ist ein Counterpart von y.

Postulate:

- P1: $Ixy \rightarrow Wy$ Nichts ist in etwas ausser in einer Welt.
- P2: $Ixy \wedge Ixz \rightarrow y=z$ Nichts ist in zwei Welten.
- P3: $Cxy \rightarrow \exists zIxz$ Was ein Counterpart ist, ist in einer Welt
- P4: $Cxy \rightarrow \exists zIyz$ Was einen Counterpart hat, ist in einer Welt
- P5: $Ixy \wedge Izy \wedge Cxz \rightarrow x=z$ Nichts ist ein Counterpart von etwas anderem, in seiner Welt.
- P6: $Ixy \rightarrow Cxx$ Alles in einer Welt ist sein eigener Counterpart.
- P7: $\exists x(Wx \wedge \forall y(Iyx \leftrightarrow Ay))$ Einige Welten enthalten alle und nur aktuelle Dinge.
- P8: $\exists xAx$ Etwas ist aktual.

@ =_{def} $\exists x \forall y (Iyx \leftrightarrow Ay)$ Die aktuelle Welt ist eine einmalige Welt, sie enthält die aktuellen Individuen und nur diese.

³⁸ Lewis (1968) 28.

³⁹ Lewis (1968) 27.

3 Übersetzung von quantifizierter Modallogik in der Counterparttheorie

Lewis sieht im Wesentlichen drei Vorteile der Counterparttheorie zur quantifizierten Modallogik.⁴⁰ Erstens ist die Counterparttheorie keine spezielle intensionale Logik sondern eine Theorie. Zweitens ist seiner Meinung nach die Counterparttheorie verständlicher. Und drittens gibt es für jeden Satz der Modallogik eine Übersetzung in der Counterparttheorie, aber nicht umgekehrt. Im Weiteren soll vor allem auf die Übersetzungsmöglichkeiten eingegangen werden. Die weiteren Vorzüge, die Lewis in seiner Theorie sieht, werden im Vergleich zwischen Modallogik und Counterparttheorie behandelt.

3.1 Übersetzungsschema

Lewis stellt zur Verdeutlichung das folgende Übersetzungsschema auf welches Aussagen der quantifizierte Modallogik auf der linken und die entsprechenden counterparttheoretischen Übersetzungen auf der rechten Seite zeigt:⁴¹

T1:	$\alpha = \alpha^@$	
T2a):	$\alpha^y = \alpha$	(wenn α atomar ist.)
T2b):	$(\neg\alpha)^y = \neg\alpha^y$	
T2c),d),e),f):	$(\alpha \wedge \beta)^y = \alpha^y \wedge \beta^y$	(für \vee , \rightarrow und \leftrightarrow analog.)
T2g):	$(\forall x\alpha)^y = \forall x(Ixy \rightarrow \alpha^y)$	
T2h):	$(\exists x\alpha)^y = \exists x(Ixy \wedge \alpha^y)$	
T2i):	$(\Box\alpha_{x_1\dots x_n})^y = \forall y_1 \forall z_1 \dots \forall y_n ((Wy_1 \wedge Iz_1y_1 \wedge Cz_1x_1 \wedge \dots \wedge Iz_ny_1 \wedge Cz_nx_n) \rightarrow \alpha^y_{z_1\dots z_n})$	
T2j):	$(\Diamond\alpha_{x_1\dots x_n})^y = \exists y_1 \exists z_1 \dots \exists y_n (Wy_1 \wedge Iz_1y_1 \wedge Cz_1x_1 \wedge \dots \wedge Iz_ny_1 \wedge Cz_nx_n \wedge \alpha^y_{z_1\dots z_n})$	

In der Counterparttheorie bedeutet α^x , dass α in einer Welt x gilt. Wenn in einer modallogischen Formel kein Modaloperator vorliegt, wird α so übersetzt, dass es nur auf die aktuelle Welt bezogen ist, also $\alpha^@$. Notwendigkeit besteht darin, dass α in allen möglichen Welten gilt und wird somit wird $\Box\alpha$ mit $\forall x (Wx \rightarrow \alpha^x)$ übersetzt. Einige mögliche Sätze machen Aussagen über Existenz oder Wahrheit in mindestens einer Welt, für diese wird $\Diamond\alpha$ mit $\exists x (Wx \wedge \alpha^x)$ übersetzt. Werden die Sätze nicht geschlossen, sondern eine oder mehrere Variablen kommen offen darin vor, muss auch die Counterpartbeziehung miteinbezogen werden. Zu Beispiel wird $\Box\alpha x$ zu $\forall y \forall z ((Wy \wedge Izx) \rightarrow \alpha^y z)$ als α trifft auf jeden Counterpart z von x in jeder Welt y zu, verstanden. Und $\Diamond\alpha x$ kann mit

⁴⁰ Lewis (1968) 29.

⁴¹ Lewis verwendet hier für Aussagen „ ϕ , ψ , ...“ und für Variablen „ α , β , γ , δ , ...“. Um Verwechslungen mit der bisher verwendeten Notation zu verhindern, wird weiterhin „ α , β , γ , δ , ...“ für Aussagen und „ x , y , z , ...“ für Variablen verwendet.

$\exists y \exists z (Wy \wedge Izy \wedge Cz_x \wedge \alpha^y z)$ übersetzt werden, also α gilt für einen Counterpart z von x in einer Welt y .⁴² Nach Lewis ist es mit Hilfe dieses Übersetzungsschemas möglich, jegliche Aussagen der quantifizierten Modallogik in die Counterparttheorie zu übersetzen. Jedoch entspricht nicht jedem Counterpartsatz einer in der Modallogik. So sind beispielsweise die sieben Postulate nicht übersetzbar.⁴³

Durch die Voraussetzungen, welche die Counterparttheorie aufstellt, entstehen allerdings, wie Lewis selbst bemerkt, ein Problem. Entweder existiert alles, was aktual existiert notwendigerweise, oder einige aktuale Objekte sind nicht selbstidentisch.⁴⁴ Durch die Axiome, welche Lewis in seinem Übersetzungsschema verwendet, wird die Aussage: $\forall x \Box \exists y (x = y)$ „Alles Aktuelle existiert notwendigerweise.“ wahr. Selbst wenn es für die aktual existierenden Objekte in einigen Welten keinen Counterpart gibt. Um diese Problematik zu vermeiden schlägt Kaplan eine andere Formalisierung vor, in der T2i und T2j ersetzt werden. Diese verwirft Lewis aber, da sie zur Folge hat, dass aktuale Objekte möglicherweise nicht selbstidentisch sind $\exists x \Diamond (x = x)$, es sei denn, alles aktual Existierende besitzt einen Counterpart in jeder Welt.⁴⁵

3.2 *Essentialismus*

Nach Lewis⁴⁶ werden essentielle Eigenschaften unabhängig von der jeweiligen Spezifikation eines Individuums und den analytischen Folgerungen aus derselben zugeschrieben.⁴⁷ Für eine Eigenschaft eines singulären Terms a wird die Notwendigkeit mit $\Box \alpha a$ übersetzt. Der singuläre Term wird als eine Beschreibung $\lambda x (Fx)$ behandelt, wobei Fx für das Prädikat eines Eigennamens steht und gemäss Russells Kennzeichnungsdefinition eliminiert werden kann. Hierbei muss aber wiederum die Reichweite des Modaloperators, also die Unterscheidung von „de re“- und „de dicto“- Aussagen, beachtet werden.

Für Lewis ist die Wahl zwischen den beiden Varianten, „de re“ und „de dicto“, nicht eindeutig. Unter bestimmten Voraussetzungen scheint ihm die „de re“-Variante jedoch die natürlichere.⁴⁸ Die zwei Interpretationen sind in der Logik der Counterparttheorie unabhängig, können jedoch unter Zuhilfenahme von bestimmten Prämissen, beispielsweise der BF, ineinander überführt werden.

⁴² Lewis (1968) 30.

⁴³ Lewis (1968) 31.

⁴⁴ Lewis (1968) 31, 32.

⁴⁵ Lewis (1968) 32.

⁴⁶ Dies bezieht sich auf seine Meinung von 1883, später hat er diese revidiert.

⁴⁷ Lewis (1968) 33.

⁴⁸ Lewis (1968) 34.

Wenn von der “de re”-Interpretation ausgegangen wird, ist es möglich, von essentiellen Eigenschaften von Objekten zu sprechen. Diese werden von Lewis folgendermassen definiert: „An attribute that something shares with all its counterparts is an essential attribute of that thing, part of its essence.“⁴⁹

Durch diese Definition werden Essentialismus und Counterparttheorie gegenseitig definierbar.⁵⁰ Eine essentielle Eigenschaft ist in der Counterparttheorie schlicht eine Eigenschaft, die jedem Counterpart eines Individuums zukommt und eine akzidentielle eine, die nicht allen sondern nur einigen zukommt, sie bestimmen also nicht die Identität über Welten hinweg.

3.3 *Modale Prinzipien und relative Modalitäten*

Lewis untersucht auch, ob die Prinzipien der verschiedenen modallogischen Systeme Theoreme der Counterparttheorie sind oder unter welchen Bedingungen sie es wären.⁵¹ Hierbei wird klar, dass die modalen Prinzipien je nach Anforderungen an die Klasse der Frames, in denen sie gültig sind, auch in der Counterparttheorie als Theorem gelten oder nicht. Die Counterpartrelation ist, wie gesagt, zwar reflexiv aber weder transitiv noch symmetrisch. Für die Barcan Formel stellt sich heraus, dass sie kein Theorem der Counterparttheorie ist, aber unter der abgelehnten Voraussetzung, dass für zwei beliebige Welten, jedes in der einen enthaltene Objekt ein Counterpart der eines in der anderen ist, wäre sie eines. Hingegen ist die Übersetzung der konversen Barcan Formel in der Counterparttheorie gültig. Die Barcan Formel und ihre konverse Form sind bereits in relativ schwachen modalen Systemen äquivalent. Dass sie dies in Counterparttheorie nicht sind, ist ein Problem.

Darüber hinaus hält Lewis fest, dass in der Counterparttheorie relative Modalitäten über einen Index der Beziehung der Welten zu einander behandelt werden können. Im Falle einer zweistelligen Relation zwischen den Welten kann wiederum von einer Zugänglichkeitsrelation gesprochen werden. Insbesondere für freie Variablen hält er seinen Ansatz für überlegen. So wird beispielsweise Beckers Prinzip⁵² für geschlossene Sätze dann gültig, wenn die Zugänglichkeitsrelationen transitiv sind, für offene Sätze ist die Gültigkeit nach Lewis Meinung nur in der Counterparttheorie definierbar.

⁴⁹ Lewis (1968) 35.

⁵⁰ Lewis (1968) 35.

⁵¹ Lewis (1968) 36.

⁵² $\vdash \Box(\alpha \rightarrow \beta) \Rightarrow \vdash \Box(\Box\alpha \rightarrow \Box\beta)$; Huges/Cresswell (1996) 200.

3.4 *In einer Welt sein*

Eine Welt gilt bei Lewis als mögliches Individuum, welches andere mögliche Individuen als Teile enthält. Mögliche Individuen sind aber nicht die einzigen Individuen, die es in der Counterparttheorie gibt. In Lewis Terminologie kann auch eine Summe über verschiedene mögliche Welten ein Individuum sein, jedoch gelten diese Cross-world-Individuen nicht als mögliche Individuen, da sie nicht Teil einer Welt sind, sondern zu verschiedenen Teilen in verschiedenen Welten existieren.

Schliesslich unterscheidet Lewis noch Nicht-Individuen, welche weder Teil einer noch mehrerer Welten sind, aber vom Standpunkt einer Welt aus existieren. Dies sind die Mengen (sets)⁵³, dazu zählen beispielsweise Zahlen, Eigenschaften und Propositionen. Insgesamt unterscheidet Lewis also drei Relationen⁵⁴: erstens *in einer Welt sein*, zweitens *teilweise in einer Welt sein* und drittens *vom Standpunkt einer Welt aus existieren*.

Die Individuen aus denen Cross-world-Individuen bestehen, können als Weltebenen (world-stages) bezeichnet werden.⁵⁵ Besonders interessant sind Cross-world-Individuen, welche nur aus Counterparts besteht und die Lewis modales Kontinuum (modal continuant) nennt.⁵⁶ Über diese liesse sich die Identität über Welten hinweg wieder einführen. Dadurch sind Aussagen wie „Humphrey hätte gewinnen können.“, wenn Humphrey ein modales Kontinuum ist, wahr in dem Sinn, dass ein Teil der Summe gewonnen hat. Lewis ist allerdings der Meinung, dass diese Art von Bezug verwirrend ist und besser einfach über die Counterparts gesprochen werden soll.

⁵³ Lewis (1968) 40.

⁵⁴ Lewis (1968) 40.

⁵⁵ Lewis (1968) 41.

⁵⁶ Lewis (1968) 41.

4 Vergleich der quantifizierten Modallogik und der Counterparttheorie

Wie im ersten Teil gezeigt wurde, gibt es nicht „die Modallogik“ sondern verschiedene Systeme mit unterschiedlichen Eigenschaften. Dennoch werde ich hier einen sehr allgemein gehaltenen Versuch unternemen, die beiden Methoden, Modalität zu formalisieren und im weitesten Sinne mit einer Semantik zu versehen, miteinander zu vergleichen. Hierbei soll primär die Nützlichkeit und Verständlichkeit der damit definierten Modalitätsbegriffe im Vordergrund stehen. Miteinander verglichen werden, die Counterparttheorie, in der mögliche Welten als reale Entitäten gelten, und die quantifizierte Modallogik, in welcher eine mögliche Welt als formales Konstrukt von maximal konsistenten Repräsentationen, oder formaler formuliert als maximale, konsistente Menge von wffs betrachtet wird. Mittels dieses Vergleichs sollen Vorzüge und Nachteile der Counterparttheorie aufgezeigt werden.

4.1 Übersetzung einer Logik in eine andere

Grundsätzlich stellt sich die Frage, inwiefern die Counterparttheorie eine Übersetzung der quantifizierten Modallogik ist. Prinzipiell kann von einer Übersetzung dann die Rede sein, wenn zwei Aussagen verschiedener Logiken auf den gleichen Sachverhalt referieren, beziehungsweise von denselben Wahrheitsbedingungen abhängen. Dies ist aber im Bezug auf die Modallogik und die Counterparttheorie sicherlich nicht der Fall, da sie von unterschiedlichen Semantiken und Ontologien ausgehen. Viel mehr ist die Counterparttheorie nach Lewis eine andere Methode modale Aussagen ohne Modaloperatoren zu formalisieren und die Modallogik ein Subsystem der Counterparttheorie. Nach Lewis gibt es nicht für jeden Satz der Counterparttheorie eine Übersetzung in der Modallogik, umgekehrt jedoch schon.⁵⁷ Um diese angebliche Überlegenheit zu klären, muss zuerst untersucht werden, ob die Modallogik nicht so erweitert werden könnte, dass dies ebenfalls möglich wäre. So kann beispielsweise eine neue Notation E für die Existenz in der aktuellen Welt⁵⁸ oder $@$ für die aktuelle Welt⁵⁹ eingeführt werden. Und nach Hughes und Cresswell ist es möglich die Counterparttheorie in die Modallogik zu übernehmen, wenn letztere entsprechend angepasst wird.

„One way to incorporate it is to use intensional objects, for then the domain of quantification is functions from W into D , and that domain can remain constant even if the value of an intensional object in one world is never the same as the value of an intensional object in another world. In this case we would use a $\langle W, R, D, I, V \rangle$ model, or rather an $\langle W, R, D, Q, I, V \rangle$, model since we want each world to have its own domain of individuals.“⁶⁰

Somit ist es auch möglich die Counterparttheorie als Subsystem der Modallogik aufzufassen.

⁵⁷ Lewis (1968) 29.

⁵⁸ Garson, James, "Modal Logic", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Summer 2007 Edition)*, Edward N. Zalta (ed.), URL = <<http://plato.stanford.edu/archives/sum2007/entries/logic-modal/>>.

⁵⁹ Sainsbury (1991) 259-261.

⁶⁰ Hughes/Cresswell (1996) 353.

4.2 *Reduktion der Modalbegriffe*

Um eine allfällige Überlegenheit der Counterparttheorie abzuklären muss des Weiteren untersucht werden, inwiefern bei der Counterparttheorie von einer "Reduktion" der Modalbegriffe gesprochen werden kann. Um dies zu klären müssen ontologische, erkenntnistheoretische und semantische Reduktion voneinander unterschieden werden

4.2.1 *Ontologische Reduktion*

Was eine Aussage der Form "es ist notwendig/möglich dass" wahr macht, ist nichts "Modales". In der Modallogik sind es Modelle von wff und in der Counterparttheorie tatsächlich existierende Welten. Eine grundlegende Schwierigkeit der Counterparttheorie sind eben diese ontologischen Implikationen, die sie mit sich bringt. In der Wissenschaftstheorie werden als Kriterien für Theorien Nützlichkeit und Einfachheit gefordert, daraus lässt sich für die Ontologie ein „Prinzip der ontologischen Sparsamkeit“, Ockhams Rasiermesser, ableiten. Auch wenn Lewis die Theorien des aktuellen Repräsentationismus als modalen Ersatzismus (ersatzism) bezeichnet und behauptet, sie versuchten vergeblich, den maximalen Nutzen des Konzepts möglicher Welt für die Modallogik mit minimalen realistischen Annahmen auszuschöpfen, bleibt doch festzuhalten, dass Lewis' Ansatz von unendlich vielen möglichen und existierenden Welten ausgeht, deren Existenz er nicht nachweisen kann. Ein solch erheblicher ontologischer Einsatz bleibt fragwürdig.

4.2.2 *Erkenntnistheoretische Reduktion*

Ein Vorteil der Counterparttheorie könnte hingegen darin bestehen, dass jemand, der nicht weiss, was modale Aussagen bedeuten, sie dank ihrer Pendants in der Counterparttheorie lernen kann. Lewis macht dazu geltend, dass erstens die Counterparttheorie keine spezielle intensionale Logik sondern eine Theorie ist. Dies ist bestimmt wahr, jedoch ist es unklar, ob dies wirklich einen Vorteil darstellt. Der Unterschied zwischen Theorie und Logik besteht darin, dass eine Theorie keine Axiome oder Schlussregeln aufstellt, sondern bloss neue Prädikate definiert, die Logik aber so belässt wie sie ist. Die "Axiome" der Counterparttheorie definieren die neu eingeführten Prädikate, sind also keine Axiome als solches. Primär könnte der Vorteil darin gesehen werden, dass keine speziellen Modaloperatoren nötig sind, von denen behauptet werden kann, dass sie intuitiv nicht verständlich sind. Jedoch benützt auch die Counterparttheorie ihre eigenen primitiven Symbole, die ebenfalls für einen bestimmten Zweck eingeführt wurden und zuerst verstanden werden müssen. Zweitens ist Lewis der Meinung, dass die Counterparttheorie verständlicher ist. Hierbei stellt sich die Frage, in welchem Sinn sie verständlicher sein soll. Einerseits kann die Vorstellung eines Counterparts, der zwar nicht in der eigenen Welt, aber dennoch wirklich existiert und über Ähnlichkeit mit anderen Individuen in einer Ähnlichkeitsbeziehung steht, verständlicher sein als ein modallogisches

System, da Existenz und Ähnlichkeit zwei vertraute Konzepte sind. Andererseits sind die Formalisierung und die Implikationen der Counterparttheorie nicht einfacher oder intuitiv verständlicher.

4.2.3 *Semantische Reduktion*

Ein weiterer Unterschied besteht darin, welche Bedeutung modale Aussagen haben, beziehungsweise welchen nicht-modalen Wahrheitsbedingungen sie zugeordnet werden. Hierbei zeigen sich zwei grundlegende Unterschiede, nämlich die verwendete Relation und der Quantifikationsbereich. Für die Zugänglichkeitsrelation der Modallogik gilt, dass sie sich auf Frames und Kripke-Modelle bezieht und somit eine Relation zwischen Welten ist. Die Counterpartrelation hingegen ist eine Relation zwischen Individuen. Wie im ersten Teil dieser Arbeit gezeigt wurde, variiert die Zugänglichkeitsrelation je nach verwendetem modallogischem System in ihren Eigenschaften. Für die Counterpartrelation gilt, dass sie zwar reflexiv aber weder transitiv noch symmetrisch ist. Im Bezug auf den Quantifikationsbereich unterscheiden sich die beiden Ansätze darin, dass in der Modallogik über mögliche Welten quantifiziert wird. Daher ist es möglich, dass ein Individuum in gewissen Welten nicht existiert. In der Counterparttheorie ist der Quantifikationsbereich über die Individuen definiert, Welten, in denen ein entsprechendes Individuum nicht existiert, werden daher nicht berücksichtigt.

Daraus ergeben sich auch gewisse Konsequenzen für die Gültigkeit von Formeln. Nach Lewis widerspricht die Counterparttheorie zwar einigen der modallogischen Prinzipien, nicht aber den Regeln der Identität oder der Quantifikation. Durch den fixen Bereich der Modallogik, die über alle möglichen Welten quantifiziert, so wird beispielsweise die Barcan Formel: $\forall x(\Box\alpha) \rightarrow \Box\forall x(\alpha)$ gültig. In der Counterparttheorie hingegen nicht, da hier gerade nicht vertreten wird, dass dieselben Individuen in jeder Welt existieren. Problematischer bleiben aber die Konsequenzen von Lewis Übersetzungsschema, welche von ihm zwar aufgezeigt, aber nicht aufgelöst wurden. Somit besteht immer noch die Wahl zwischen den Alternativen, dass entweder alles, was aktual existiert, notwendigerweise existiert, oder dass einige aktuelle Objekte nicht selbstidentisch sind. Lewis entscheidet sich für die zweite Variante, da, wie er schreibt, sonst die Dualität von Notwendigkeit und Möglichkeit verloren geht.⁶¹ Dadurch wird jedoch „Alles Aktuelle existiert notwendigerweise.“ wahr, auch wenn es nicht für die aktual existierenden Objekte in jeder Welten einen Counterpart gibt. Dies strapaziert meiner Meinung nach den Begriff der Notwendigkeit ebenfalls sehr.

⁶¹ Lewis (1968) 32.

4.3 *Mögliche Welten versus mögliche Individuen*

Für die Counterparttheorie ist eine über Ähnlichkeit definierte Counterpartrelation charakteristisch, die quantifizierte Modallogik hingegen hat eine Zugänglichkeitsrelation im Zentrum. Die Ähnlichkeitsrelation, durch welche die Counterpartrelation definiert wird, kann je nach Kontext pragmatisch anders gewählt werden. Die Verwendung einer Ähnlichkeitsrelation kann daher als Vorteil der Counterparttheorie betrachtet werden, weil sie verschiedenen Ansprüchen und Verwendungen angepasst werden kann, als Nachteil erscheint sie hingegen, wenn eine harte objektive Grenzziehung gefordert wird. Lewis könnte hier natürlich anmerken, dass die Modalität als solches kein exakter Begriff ist und die Counterpartrelation lediglich die Vagheit wiedergibt, die schon in der Verwendung modaler Aussagen enthalten ist. Meiner Meinung nach geht die Vagheit der Counterpartrelation aus zwei Gründen weit über diejenige des Sprachgebrauchs hinaus: Erstens, da sie sehr unspezifisch und ausserdem auf einem nicht klar definierten Eigenschaftsbegriff aufgebaut ist. Zweitens führt die Verwendung einer Ähnlichkeitsrelation dazu, modale Fragen als empirisch und nicht stipulativ festgesetzt zu betrachten, was dieselben Probleme, die ein Identifikationskriterium mit sich bringt, verursacht. Diese zwei Aspekte werde ich im Folgenden kurz erläutern.

Dass die Counterpartrelation über Ähnlichkeit definiert wird und nach Lewis je nach Kontext variiert werden kann, bringt eine unvermeidliche Vagheit mit sich. Lewis unterscheidet hierbei vier Aspekte in denen die Vagheit eine Rolle spielen kann: erstens welche Gesichtspunkte der Ähnlichkeit gezählt werden, zweitens wie sie gewichtet werden, drittens was als minimaler Standard angenommen wird und viertens wie die Abgrenzung der ähnlicheren zu den weniger ähnlichen Kandidaten gehandhabt wird.⁶² Welche Merkmale genug wichtig sind, um gezählt zu werden und wie sie jeweils gewichtet werden sollen, scheint willkürlich zu bleiben. Ebenfalls kann die Tatsache, dass Lewis die Counterpartrelation unspezifiziert belässt, zu Ungenauigkeiten führen. Er definiert sie so, dass das, was einem Individuum in einer Welt am ähnlichsten ist, sein Counterpart ist. Das ermöglicht es, mehrere Counterparts in einer Welt zu haben. Jedoch könnte dann in einer bestimmten Welt, in einem bestimmten Kontext und Gewichtung der Ähnlichkeit, alles ein Counterpart eines Individuums sein. Dies lässt eine Diskussion über Möglichkeit und Notwendigkeit insgesamt als sinnlos erscheinen. Meiner Meinung nach ist dies zwar nicht die Absicht Lewis', hingegen durchaus eine mögliche Interpretation seiner Theorie.

Im Bezug auf die Ähnlichkeit spielen auch die Eigenschaften in der Counterparttheorie eine wesentliche Rolle, da sie die Grundlage zur Bestimmung der Ähnlichkeit bilden. Nach Lewis⁶³ sind sie keine Universalien, sondern Mengen, die weder Teil einer Welt sind noch teilweise in einer Welt,

⁶² Lewis (1968) 42.

⁶³ Dies bezieht sich auf seine Meinung von 1983, später hat er diese revidiert.

aber vom Standpunkt einer Welt aus existieren.⁶⁴ Die Ähnlichkeitsrelation, die über diese Eigenschaften funktioniert, bezieht sich also auf ein sehr abstraktes Konstrukt. Lewis muss eine solche „dritte Kategorie“ einführen, da es sich sonst bei Eigenschaften in seiner Theorie entweder um Cross-world-Individuen handeln müsste, welche unmögliche Individuen sind oder aber um Individuen, welche nicht in mehreren Welten existieren können und daher Counterparts in den anderen Welten haben müssten, um eine Ähnlichkeit bestimmen zu können. Counterparts von Eigenschaften scheinen jedoch noch problematischer. Wenn es sie gäbe, führte dies in einen endlosen Regress im Bezug auf das Festlegen der Ähnlichkeit. Daher beruft sich Lewis für die Eigenschaften auf diese „dritte Kategorie“ der Mengen, welche meiner Meinung nach in seiner Theorie nicht klar dargestellt wird und daher der postulierten Verständlichkeit widerspricht.

Grundsätzlich scheinen mir modale Fragen nicht empirisch sondern nur modelltheoretisch zugänglich zu sein. Ein Identitätskriterium über Welten hinweg, wie es in gewissen Theorien gefordert wird, um ein Individuum in mehreren Welten zu identifizieren und somit modale Aussagen über es machen zu können, gibt es in Lewis' Ansatz zwar nicht, da nach seinen Postulaten Objekte in verschiedenen Welten niemals identisch sein können. Er verwendet stattdessen aber die Counterpartrelation, welche einen Bezug der Individuen durch Ähnlichkeit herstellt. Ein Identifikationskriterium über Welten hinweg wird also zu einer Frage über Counterparts, was eine empirische Lösbarkeit suggeriert, die schon dadurch nicht gegeben ist, dass andere mögliche Welten nicht erreichbar sind. Dies ist meiner Meinung nach der entscheidende Nachteil einer Ähnlichkeitsrelation gegenüber einer stipulativen Zugänglichkeitsrelation.

Was das Modalitätsverständnis insgesamt anbelangt, führt Kripke einen Einwand gegen Lewis Theorie an, dem ich mich gern anschliessen würde. Seine Kritik besteht daran, dass die modalen Aussagen nicht mehr über ein bestimmtes Objekt gemacht werden, sondern nur über dessen Counterparts, was nicht der üblichen Intention bei der Verwendung modaler Aussagen entspricht.

„Wenn wir sagen »Humphrey hätte die Wahl gewinnen können (wenn er nur das und das getan hätte)«, dann reden wir [Lewis zufolge] also nicht über etwas, was *Humphrey* hätte geschehen können, sondern was jemand anderem, einem »Gegenstück« hätte geschehen können. Wahrscheinlich jedoch wäre es Humphrey völlig egal, ob jemand *anderer*, wie sehr er ihm auch ähneln würde, in einer anderen möglichen Welt siegreich gewesen wäre. Lewis Auffassung scheint mir daher noch bizarrer zu sein als die üblichen Begriffe der Identifizierung über mögliche Welten hinweg, die sie ersetzt.“⁶⁵

⁶⁴ Lewis (1968) 40.

⁶⁵ Kripke (1993) 55.

5 Zusammenfassung und Fazit

In dieser Arbeit habe ich versucht, einen Einblick in die quantifizierte Modallogik zu geben und die Counterparttheorie von David Lewis vorzustellen. Darauf aufbauend wurden die beiden Ansätze miteinander verglichen. Die Counterparttheorie ist in dem Sinne eine Übersetzung der quantifizierten Modallogik, dass sie modale Aussagen ohne Modaloperatoren formalisierbar macht. Die Modallogik muss aber nicht als ein Subsystem der Counterparttheorie aufgefasst werden, da es nach Hughes und Cresswell auch möglich ist, die Counterparttheorie als Subsystem der Modallogik aufzufassen.

Gegen die Counterparttheorie sprechen primär die kaum tragbaren ontologischen Implikationen, welche sie mit sich bringt. Als ein Hauptargument für die Counterparttheorie wurde von Lewis ihre bessere Verständlichkeit angeführt, da sie die modalen Begriffe „notwendig“ und „möglich“ über Existenz und Ähnlichkeit definiert, welche zwei vertraute Konzepte sind. Jedoch sind die Formalisierung und die Implikationen der Counterparttheorie nicht einfacher oder intuitiv verständlicher. Und es bleibt fragwürdig ob Ähnlichkeit in Lewis' Theorie ein so verständlicher Begriff ist, da er auf ein Eigenschaftsverständnis Bezug nimmt, das seinerseits intuitiv unverständlich erscheint.

Unterschiede zwischen den beiden Theorien bestehen vor allem in Bezug auf den Quantifikationsbereich, welcher sich in der Modallogik über mögliche Welten und in der Counterparttheorie über Individuen erstreckt, und der Relation, die in der Modallogik als Zugänglichkeitsrelation in der Counterparttheorie jedoch als Counterpartrelation ausgestaltet ist. Dadurch, dass in der Counterparttheorie in jeder möglichen Welt andere Individuen existieren, werden teilweise grundlegende logische Gesetze ungültig. Durch die Counterpartrelation scheint die Problematik eines Identifikationskriteriums über Welten hinweg auf die Bestimmung von Counterparts überzugehen. Beim direkten Referieren auf mögliche Objekte, wie es Kripke in *Naming and Necessity*⁶⁶ einführt, wird kein solches Identifikationskriterium gebraucht, was mir für modale Fragen angemessen erscheint, da diese nicht empirischer sondern modelltheoretischer Natur sind. Des Weiteren führt die Ähnlichkeitsrelation zu einer Vagheit, die problematisch ist, auch wenn sie Lewis als kontextbezogene Anpassungsfähigkeit interpretiert.

Sowohl Modallogik als auch Counterparttheorie bieten Interpretationen der modalen Begriffe, daher stellt sich die Frage, welche der beiden eine Semantik bietet, die dem allgemeinen Sprachgebrauch gerecht wird. In diesem Punkt möchte ich Kripke zustimmen, dass im Sprechen über Möglichkeiten auf die jeweilige Person und nicht auf deren Counterpart referiert wird. Insgesamt scheint mir die

⁶⁶ Kripke (1993).

Übersetzung der quantifizierten Modallogik zwar auf den ersten Blick einige intuitive Verbesserungen zu bringen, bei der Untersuchung bleiben jedoch Begriffe von „Counterparts“, „Cross-world-Individuen“ oder „Eigenschaften als Mengen“ nicht unproblematisch. Daher ist die quantifizierte Modallogik meiner Meinung nach durch die Anpassungsfähigkeit von Systemen und Modellen besser in der Lage, den Ansprüchen, welche die Formalisierung modalen Aussagen mit sich bringt, zu genügen.

6 Bibliographie

Craig, E. (1998): *Routledge encyclopedia of philosophy*, Routledge, London.

Hughes, G.E. & Cresswell M.J. (1996): *A New Introduction to Modal Logic*, Routledge, London.

Kripke, S. A.: (1959): A completeness theorem in modal logic, In: *Journal of Symbolic Logic* 24: 1-14.

Kripke, S. A. (1993): *Name und Notwendigkeit*, Suhrkamp, Frankfurt am Main.

OA: . Kripke, S. A.: (1980): *Naming and Necessity*. Harvard University Press, Cambridge.

Lewis, D. (1968): Counterpart Theory and Quantified Modal Logic, In: *Journal of Philosophy* 65: 113-26. Reprinted with postscripts In: Lewis, D. (1983): *Philosophical Papers I*, Oxford University Press, New York and Oxford: 26-46.

Lewis, D. (1986): *On the plurality of worlds*, Malden, Blackwell Publishers, London.

Quine, W. V. O. (1953): On what there is, In: *From a Logical Point of View*, Harvard University Press, Cambridge: 1-19.

Quine, W. V. O. (1953): Reference and Modality, In *From a Logical Point of View*, MA: Harvard University Press, Cambridge: 139-159.

Regenbogen, A. & Meyer, U. (1998): *Wörterbuch der philosophischen Begriffe*, Meiner, Hamburg.

Sainsbury, M. (1991): *Logical Forms. An Introduction to Philosophical Logic*, Basil Blackwell Ltd, Oxford.

Internetquellen:

Stanford Encyclopedia of philosophy: <http://plato.stanford.edu/>

Garson, James, "Modal Logic", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Summer 2007 Edition)*, Edward N. Zalta (ed.), URL = [<http://plato.stanford.edu/archives/sum2007/entries/logic-modal/>](http://plato.stanford.edu/archives/sum2007/entries/logic-modal/).

Yagisawa, Takashi, "Possible Objects", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Fall 2005 Edition)*, Edward N. Zalta (ed.), URL = [<http://plato.stanford.edu/archives/fall2005/entries/possible-objects/>](http://plato.stanford.edu/archives/fall2005/entries/possible-objects/).

Swoyer, Chris, "Properties", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy (Winter 2000 Edition)*, Edward N. Zalta (ed.), URL = [<http://plato.stanford.edu/archives/win2000/entries/properties/>](http://plato.stanford.edu/archives/win2000/entries/properties/).